

دراسة دالة عددية

التمرين الأول

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x+2}} : \text{ دالة عددية معرفة بما يلي}$$

(1) حدد  $D_f$  و أحسب نهايات الدالة  $f$  عند محداث  $D_f$

(2) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى  $(C_f)$

(3) أدرس قابلية اشتقاق  $f$  على يمينه  $x_0 = 0$

(4) - أ- ييه أه  $f'(x) = \frac{x^2(x+3)}{(x+2)^2} \sqrt{\frac{x+2}{x^3}}$  ( $\forall x \in D_f - \{0\}$ )

- ب- أنجز جدول تغيرات الدالة  $f$

(5) اسم المنحنى  $(C_f)$

التمرين الثاني

$$f(x) = \sqrt{(x+1)(x-3)} : \text{ نعتبر الدالة العددية } f \text{ المعرفة بما يلي}$$

(1) حدد  $D$  مجموعة تعريف الدالة  $f$  و أحسب النهايتين  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) ييه أه  $f(2-x) = f(x)$  ( $\forall x \in D_f$ ) و أول النتيجة هندسيا

(3) أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  على يمينه 3 و على يسار النقطة -1

(4) - أ- ييه أه  $f$  قابلية للاشتقاق على  $D_f - \{-1, 3\}$  و أحسب الدالة  $f'(x)$

- ب- أدرس منحنى تغيرات الدالة  $f$  و منج جدول تغيراتها

(5) اسم المنحنى  $(C)$

التمرين الثالث

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{\sqrt{1-x}} & : x \leq 0 \\ \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x + 3} & : x > 0 \end{cases}$$

لكه  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :

(1) - أ- ييه أه  $f$  تقبل نهاية في 0

- ب- أدرس قابلية اشتقاق  $f$  في النقطة 0

(2) - أ- أحسب نهايات  $f$  عند محداث  $D_f$

- ب- أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى  $(C_f)$  عند  $-\infty$

(3) أحسب  $f'(x)$  ثم أنجز جدول تغيرات الدالة  $f$

(4) اسم المنحنى  $(C_f)$

التمرين الرابع

$$[I] \text{ نعتبر الدالة } g \text{ بحيث : } g(x) = 2x - \sqrt{x^2 + 1}$$

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(2) أدرس منحنى تغيرات الدالة  $g$

(3) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $g(x) = 0$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$

$$[II] \text{ نعتبر الدالة العددية } f \text{ المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بما يلي : } f(x) = 2\sqrt{x^2 + 1} - x$$

(1) - أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

- ب- أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى  $(C_f)$

(2) - أ- أحسب المشتقة  $f'(x)$

- ب- أنجز جدول تغيرات الدالة  $f$

(3) اسم المنحنى  $(C_f)$

التمرين الخامس

$$\text{لكه } f \text{ العددية المعرفة بما يلي : } f(x) = x + 2 - \frac{x+2}{\sqrt{2x+2}}$$

(1) - أ- حدد  $D_f$  احسب نهايات الدالة  $f$  عند محداث  $D_f$

- ب- أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى  $(C_f)$  عند  $+\infty$

(2) - أ- ييه أه  $f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{(2x+2)^3}}$

- ب- ييه أه  $f$  تنازلية على  $D_f$  ( أدرس الحالتين  $x > 0$  ،  $x \leq 0$  )

3) حدد تقاطع المنحنى  $(C_f)$  و محور الأفاصيد

4) أ- بيه أنه  $f''(x) = \frac{x-2}{\sqrt{(2x+2)^5}}$

ب- أدرسه تقع المنحنى  $(C_f)$

5) اسم المنحنى  $(C_f)$

### التمرين السابع

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي :  $f(x) = x - \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$

1) أ- حدد مجموعة التعريف  $D$  و أحسب النهايتيه  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- أدرسه الفروع اللانهائية للمنحنى  $(C)$

2) أ- بيه أنه  $f'(x) = \frac{(\sqrt{x}-1)(2x+\sqrt{x}+1)}{2x\sqrt{x}}$  ( $\forall x > 0$ )

ب- أدرسه منحنى تغيرات الدالة  $f$  و صنع جدول تغيراتها

3) أ- أدرسه الوضع النسبي للمنحنى  $(C)$  و المستقيم  $y = x$  ( $\Delta$ )

ب- اسم المنحنى  $(C)$

4) لتكن  $(U_n)_n$  المتتالية المعرفة بما يلي :  $U_0 = 2$  و  $U_{n+1} = f(U_n)$

أ- بيه أنه  $U_n > 1$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )

ب- أدرسه رتبة المتتالية  $(U_n)_n$

### التمرين السابع

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي :

$$f(x) = \begin{cases} x-1-2\sqrt{x-2} & , x > 2 \\ x-1+2\sqrt{2-x} & , x \leq 2 \end{cases}$$

1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) ادرسه قابلية اشتقاق الدالة  $f$  على اليمين و على اليسار في  $a = 2$  ، ثم أول التيجتية هندسيا .

3) أ- احسب  $f'(x)$  حيث  $x \in \mathbb{R} - \{2\}$

ب- صنع جدول تغيرات الدالة  $f$

4) أ- حدد تقاطع المنحنى  $(C_f)$  و محور الأفاصيد .

ب- ادرسه الفرعيه اللانهائيه للمنحنى  $(C_f)$  .

5) أنشئ المنحنى  $(C_f)$  .

### التمرين الثامن

الجزء (1)

1) أدرسه تغيرات الدالة  $g(x) = x^3 + 3x + 24$

2) اسم منحنى الدالة  $g$  و بيه مبيانيا أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$

و أنه  $-3 < \alpha < -2$

3) استنتج إشارة الدالة  $g(x)$

الجزء (2)

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $f(x) = \frac{x^3 + 8x^2 - 4}{2(x^2 + 1)}$

و ليكن  $(C)$  منحنى الدالة  $f$

1) أحسب النهايتيه  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) بيه أنه المستقيم  $y = \frac{1}{2}x + 4$  ( $D$ ) مقارب مائل للمنحنى  $(C)$

3) أ- بيه أنه  $f'(x) = \frac{x g(x)}{2(x^2 + 1)^2}$  ( $\forall x \in \mathbb{R}$ )

ب- أنجز جدول تغيرات الدالة  $f$

4) اسم المنحنى  $(C)$  ( نأخذ  $\alpha = -2,54$  و  $f(\alpha) = 2,1$  )